

УДК 532.72:532.546:539.3:519.63

Власюк А.П.

Національний університет «Острозька академія»

Жуковська Н.А.

Національний університет водного господарства та природокористування

Жуковський В.В.

Національний університет водного господарства та природокористування

Федорчук В.Ю.

Національний університет водного господарства та природокористування

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНЕСЕННЯ НА ПРОСТОРОВИЙ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ҐРУНТОВОГО МАСИВУ*

У статті побудовано математичну модель впливу тепломасоперенесення на напружено-деформований стан ґрунтового масиву в тривимірному випадку. Для знаходження чисельного розв'язку поставленої крайової задачі використані такі чисельні методи: скінченних різниць, монотонні різницеві схеми для нелінійних рівнянь параболічного типу, що містять першу похідну, локально-одновимірний метод Самарського, метод скінченних різниць для чисельного розв'язування системи рівнянь рівноваги в формі Ламе для зміщень ґрунту. Створено програмний комплекс можливостями фреймворку Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на мові програмування С#. На основі комп'ютерного моделювання поставленої задачі показано вплив тепломасоперенесення на розподіл зміщень, напружень та деформацій ґрунтового масиву.

Ключові слова: напружено-деформований стан, зміщення, напруження, деформації, тепломасоперенесення, несуча здатність, чисельні методи, програмний комплекс.

Вступ. Сучасна тенденція до забудови в містах, приміських ділянках для цивільного, комерційного та промислового використання є однією з причин будівництва на територіях, що не повністю придатні для цього. Це може призвести до змін напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтових основ, що в майбутньому може стати наслідком ушкодження або руйнування споруд, побудованих на даній території, тобто значних фінансових та матеріальних втрат.

Для визначення стійкості та надійності різних споруд, терміну їх експлуатації та несучої здатності ґрунтів необхідно знати НДС їх основ, який може змінюватись під впливом навколишнього середовища, а саме: зміни температурного режиму, наявності забруднюючих речовин та ін.

Тому побудова та дослідження математичних моделей деформаційних процесів ґрунтових середовищ внаслідок дії на них природних та техногенних факторів з використанням комп'ютерного моделювання описаних процесів є актуальним та представляє науковий інтерес.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження деформаційних процесів ґрунтових масивів та основ відображено в роботах [1–6]. Однак, у даних роботах не розглянуто просторовий напружено-деформований стан ґрунтових масивів під час врахування тепломасоперенесення в ньому.

Тому **метою даної статті** є постановка просторової задачі та вдосконалення математичної моделі НДС ґрунтового масиву з урахуванням тепломасоперенесення, чисельне розв'язання поставленої крайової задачі та комп'ютерне моделювання отриманих чисельних результатів.

Постановка задачі. Розглянемо задачу моделювання НДС ґрунтового масиву в області Ω

* Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Держаного фонду фундаментальних досліджень за конкурсним проектом Ф76/93-2017 на тему «Інформаційне забезпечення розвитку конкурентоспроможного органічного сільського господарства України в умовах євроінтеграції».

з урахуванням тепломасоперенесення у тривимірному випадку (рис. 1).

Грунтовий масив вважається пружно-деформівним у межах лінійної теорії пружності з різними пружними параметрами (коефіцієнтами Ламе) $\lambda(c, T), \mu(c, T)$, які залежать від концентрації сольового розчину та температури. На ґрунт діють сила тяжіння, архімедова та фільтраційна сили. Грунтовий масив вважається водонасиченим.

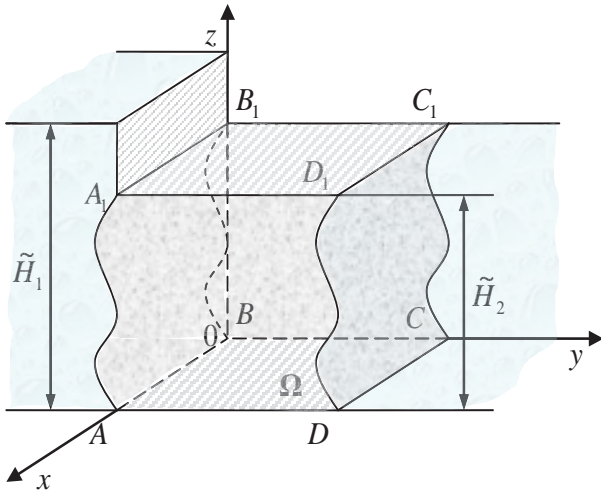


Рис. 1. Схема ґрунтового масиву у тривимірному випадку

На рис. 1. площину $ABCD$ позначимо як Γ_1 , $A_1B_1C_1D_1$ – Γ_2 , ABA_1B_1 і CDC_1D_1 – Γ_3 і Γ_4 відповідно, площини BCB_1C_1 та ADA_1D_1 – Γ_5 та Γ_6 відповідно. Межі Γ_1 та Γ_2 є теплоізолюваними та непроникними, а $\Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Gamma_6$ – дренажними.

Задані значення п'єзометричних напорів \tilde{H}_1, \tilde{H}_2 , температур \tilde{T}_1 та \tilde{T}_2 у водних басейнах Γ_3, Γ_5 та Γ_4, Γ_6 відповідно, причому $\tilde{H}_1 > \tilde{H}_2, \tilde{T}_1 > \tilde{T}_2$. У лівому басейні задано значення концентрації солей \tilde{C}_1 , а в правому – умову швидкого виносу солей. У результаті різниці напорів відбувається перенесення розчинених у воді речовин та тепла фільтраційним потоком. При цьому процеси фільтрації розчинених у воді речовин та тепла підлягають відповідно законам Дарсі, Фіка та Фур'є. Припускається, що відсутні зміщення нижньої (Γ_1) та верхньої (Γ_2) областей ґрунтового масиву.

Таким чином, в досліджуваній області ґрунтового масиву Ω необхідно розрахувати розподіли зміщень $\mathbf{u}(\mathbf{X}) = (U(\mathbf{X}), V(\mathbf{X}), W(\mathbf{X}))$, нормальних складових деформацій $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ та дотичних складових деформацій $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$, нормальних складових напружень $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ та дотичних складових напружень $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$, п'єзометричних напорів $h(\mathbf{X}, t)$, концентрації сольових розчинів $c(\mathbf{X}, t)$ та температури $T(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Omega, t > 0$.

Математична модель задачі. Для побудови математичної моделі НДС ґрунтового масиву використано підходи механіки суцільного середовища, а саме: механіки деформівного тіла, гідромеханіки пористого середовища, теорії термопружності, фільтрації та тепломасоперенесення. Таким чином, математичну модель поставленої крайової задачі у тривимірному випадку, враховуючи результати робіт [1–7], можна описати такими рівняннями:

система рівнянь рівноваги в формі Ламе для зміщень ґрунту з урахуванням тепломасоперенесення

$$\begin{aligned} & \mu \Delta U + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \varepsilon_\theta + 2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \left(\left(3 \frac{\partial \lambda}{\partial x} + 2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \right) T + (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial x} \right) \alpha_T + X = 0, \\ & \mu \Delta V + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial y} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \varepsilon_\theta + 2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) - \left(\left(3 \frac{\partial \lambda}{\partial y} + 2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \right) T + (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \alpha_T + Y = 0, \\ & \mu \Delta W + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \varepsilon_\theta + 2 \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) - \left(\left(3 \frac{\partial \lambda}{\partial z} + 2 \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) T + (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \alpha_T + Z = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де компоненти масової сили обчислюються за формулами

$$X = \frac{dp_1}{dx}, \quad Y = \frac{dp_2}{dy}, \quad Z = \gamma_{zs} + \frac{dp_3}{dz}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad (2)$$

рівняння конвективної дифузії при наявності тепломасоперенесення

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot (\mathbf{D}(c, T) \nabla c) - \mathbf{v} \nabla c - \gamma(c - C_m) + \\ & + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (3)$$

рівняння конвективного теплоперенесення

$$\nabla \cdot (\lambda_T \nabla T) - \rho c_p \mathbf{v} \nabla T = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \quad (4)$$

узагальнені рівняння фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та рівняння нерозривності процесу

$$\begin{aligned} & \mathbf{v} = -\mathbf{K}(c, T) \nabla h + \mathbf{v}_c(c) \nabla c + \mathbf{v}_T \nabla T, \\ & \text{div } \mathbf{v} + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (5)$$

питомий потік розчинених солей на випадок неізотермічних умов

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{v} c - \mathbf{D}(c, T) \nabla c - \mathbf{D}_T \nabla T, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \quad (6)$$

узагальнений закон Фур'є на випадок конвективного тепломасоперенесення

$$\mathbf{q}_T = \rho c_p \mathbf{v} T - \lambda_T \nabla T, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \quad (7)$$

нормальні та дотичні деформації на підставі співвідношень Коші мають вигляд

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right), \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right), \quad \mathbf{X} \in \Omega, \end{aligned} \quad (8)$$

нормальні та дотичні напруження на основі узагальненого закону Гука в оберненій формі запишуться наступним чином:

$$\sigma_x = \lambda(c, T)\varepsilon_\theta + 2\mu(c, T)\varepsilon_x - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))\alpha_T \bar{T},$$

$$\sigma_y = \lambda(c, T)\varepsilon_\theta + 2\mu(c, T)\varepsilon_y - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))\alpha_T \bar{T},$$

$$\sigma_z = \lambda(c, T)\varepsilon_\theta + 2\mu(c, T)\varepsilon_z - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))\alpha_T \bar{T},$$

$$\tau_{xy} = 2\mu(c, T)\varepsilon_{xy}, \quad \tau_{xz} = 2\mu(c, T)\varepsilon_{xz}, \quad \tau_{yz} = 2\mu(c, T)\varepsilon_{yz}, \quad (9)$$

де $\varepsilon_\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$, $\mathbf{X} \in \Omega$, $t > 0$ за відповідних крайових умов на межах ґрунтового масиву для п'єзометричного напору, концентрації солей, температури, зміщень і напружень

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}, \mathbf{n})|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} &= 0, \quad h(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_3 \cup \Gamma_5} = \tilde{H}_1(\mathbf{X}, t), \\ h(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_4 \cup \Gamma_6} &= \tilde{H}_2(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} &= 0, \quad c(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_3 \cup \Gamma_5} = \tilde{C}_1(\mathbf{X}, t), \\ (\mathbf{D}\nabla c + \mathbf{D}_T \nabla T, \mathbf{n})|_{\Gamma_4 \cup \Gamma_6} &= 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} &= 0, \quad T(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_3 \cup \Gamma_5} = \tilde{T}_1(\mathbf{X}, t), \quad T(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_4 \cup \Gamma_6} = \\ &= \tilde{T}_2(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2, \quad \sigma_n = 0, \quad \tau_s = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6, \quad (13)$$

$$h(\mathbf{X}, 0) = \tilde{H}_0(\mathbf{X}), \quad c(\mathbf{X}, 0) = \tilde{C}_0(\mathbf{X}), \quad T(\mathbf{X}, 0) = \tilde{T}_0(\mathbf{X}), \quad \mathbf{X} \in \Omega. \quad (14)$$

Тут використані наступні позначення: $\mathbf{X} = (x, y, z)$ – точка області Ω ; Γ – границя області Ω ; t – час; $\mathbf{u} = (U, V, W)$ – зміщення, м; $c(\mathbf{X}, t)$ – концентрація сольового розчину, г/л; $T(\mathbf{X}, t)$ – температура, °С; $h(\mathbf{X}, t)$ – п'єзометричний напір, м; X, Y, Z – компоненти масової сили, Н; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ та $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ – нормальні та дотичні деформації; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ та $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – нормальні та дотичні напруження, Па; p_1, p_2, p_3 – фільтраційні тиски сольового розчину, Па, $p_1 = \gamma_p(h - x)$, $p_2 = \gamma_p(h - y)$, $p_3 = \gamma_p(h - z)$; \mathbf{v} – вектор швидкості фільтрації, м/доба; $\lambda(c, T)$ і $\mu(c, T)$ – коефіцієнти Ламе, що залежать від концентрації сольового розчину і температури, Па; $\mathbf{K}(c, T)$ – тензор фільтрації, який залежить від концентрації сольового розчину і температури, м/доба; \mathbf{D} і \mathbf{D}_T – тензори конвективної дифузії і термодифузії, м/доба; c_ρ – питома теплоємність порового розчину при постійному тиску, Дж/(кг•град); c_T – питома теплоємність ґрунту при сталому об'ємі, Дж/(м³•град); \mathbf{v}_c – тензор хімічного осмосу, м²/(кг•доба); \mathbf{v}_T – тензор термічного осмосу, м²/(град•доба); ρ – густина

порового розчину, кг/м³; γ – константа швидкості масообміну, доба⁻¹; C_m – концентрація граничного насичення, г/л; γ_{3e} – питома вага ґрунту, що знаходиться у зваженому стані, Па/м; \mathbf{n} – вектор напрямних косинусів зовнішньої нормалі до межі Γ області Ω ; $\tilde{H}_0(\mathbf{X}), \tilde{C}_0(\mathbf{X}), \tilde{T}_0(\mathbf{X}), \tilde{H}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{H}_2(\mathbf{X}, t), \tilde{C}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{T}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{T}_2(\mathbf{X}, t)$ – задані функції; $\bar{T} = T(\mathbf{X}, t) - T = T(\mathbf{X}, 0) - T$ – різниця температур у даний момент часу і температурою ненапруженого стану в заданій точці; α_T – середній коефіцієнт лінійного теплового розширення в інтервалі температур (T_0, T) [8].

Чисельний розв'язок задачі. Покриємо область $\bar{Q}_T = \bar{\Omega} \times [0, t_0]$ рівномірною сіткою $\bar{Q}^{(m_1, m_2, m_3, n_1)} = ([0; m_1 h_1] \times [0; m_2 h_2] \times [0; m_3 h_3]) \times [0; n_1 \tau]$ з кроками h_1, h_2, h_3 та τ відповідно по змінних x, y, z та часу t , де m_1, m_2, m_3, n_1 – кількість кроків по просторових змінних та часу відповідно.

Скінченнорізницеві аналоги системи (1) мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \mu_{i_1, i_2, i_3} & \left(\frac{V_{i_1+1, i_2, i_3} - 2V_{i_1, i_2, i_3} + V_{i_1-1, i_2, i_3}}{h_1^2} + \frac{V_{i_1, i_2+1, i_3} - 2V_{i_1, i_2, i_3} + V_{i_1, i_2-1, i_3}}{h_2^2} + \right. \\ & \left. + \frac{V_{i_1, i_2, i_3+1} - 2V_{i_1, i_2, i_3} + V_{i_1, i_2, i_3-1}}{h_3^2} \right) + (\lambda_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3}) \frac{V_{i_1, i_2+1, i_3} - 2V_{i_1, i_2, i_3} + V_{i_1, i_2-1, i_3}}{h_2^2} + \\ & + \left(\frac{\lambda_{i_1, i_2+1, i_3} - \lambda_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} + 2 \frac{\mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} \right) \frac{V_{i_1, i_2+1, i_3} - V_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_1} \times \\ & \times \frac{V_{i_1+1, i_2, i_3} - V_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3+1} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} \frac{V_{i_1, i_2+1, i_3} - V_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} = f_{i_1, i_2, i_3}^2(U, W, T), \\ \mu_{i_1, i_2, i_3} & \left(\frac{U_{i_1+1, i_2, i_3} - 2U_{i_1, i_2, i_3} + U_{i_1-1, i_2, i_3}}{h_1^2} + \frac{U_{i_1, i_2+1, i_3} - 2U_{i_1, i_2, i_3} + U_{i_1, i_2-1, i_3}}{h_2^2} + \right. \\ & \left. + \frac{U_{i_1, i_2, i_3+1} - 2U_{i_1, i_2, i_3} + U_{i_1, i_2, i_3-1}}{h_3^2} \right) + (\lambda_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3}) \frac{U_{i_1+1, i_2, i_3} - 2U_{i_1, i_2, i_3} + U_{i_1-1, i_2, i_3}}{h_1^2} + \\ & + \left(\frac{\lambda_{i_1, i_2+1, i_3} - \lambda_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} + 2 \frac{\mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} \right) \frac{U_{i_1+1, i_2, i_3} - U_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_1} \times \\ & \times \frac{U_{i_1, i_2+1, i_3} - U_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3+1} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} \frac{U_{i_1, i_2+1, i_3} - U_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} = f_{i_1, i_2, i_3}^1(V, W, T), \\ \mu_{i_1, i_2, i_3} & \left(\frac{W_{i_1+1, i_2, i_3} - 2W_{i_1, i_2, i_3} + W_{i_1-1, i_2, i_3}}{h_1^2} + \frac{W_{i_1, i_2+1, i_3} - 2W_{i_1, i_2, i_3} + W_{i_1, i_2-1, i_3}}{h_2^2} + \right. \\ & \left. + \frac{W_{i_1, i_2, i_3+1} - 2W_{i_1, i_2, i_3} + W_{i_1, i_2, i_3-1}}{h_3^2} \right) + (\lambda_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3}) \frac{W_{i_1, i_2+1, i_3} - 2W_{i_1, i_2, i_3} + W_{i_1, i_2-1, i_3}}{h_2^2} + \\ & + \left(\frac{\lambda_{i_1, i_2+1, i_3} - \lambda_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} + 2 \frac{\mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_3} \right) \frac{W_{i_1, i_2+1, i_3} - W_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2+1, i_3} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_1} \times \\ & \times \frac{W_{i_1+1, i_2, i_3} - W_{i_1, i_2, i_3} + \mu_{i_1, i_2, i_3+1} - \mu_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} \frac{W_{i_1, i_2+1, i_3} - W_{i_1, i_2, i_3}}{h_2} = f_{i_1, i_2, i_3}^3(U, V, T), \end{aligned} \quad (15)$$

де $i_1 = 1, m_1 - 1, i_2 = 1, m_2 - 1, i_3 = 1, m_3 - 1$; $f_{i_1, i_2, i_3}^1(V, W, T)$, $f_{i_1, i_2, i_3}^2(U, W, T)$, $f_{i_1, i_2, i_3}^3(U, V, T)$ – деякі відомі функції.

Скінченнорізницеві аналоги для (2) мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} X_{i_1, i_2, i_3} &= \frac{(p_1)_{i_1+1, i_2, i_3} - (p_1)_{i_1-1, i_2, i_3}}{2h_1}, \quad Y_{i_1, i_2, i_3} = \frac{(p_2)_{i_1, i_2+1, i_3} - (p_2)_{i_1, i_2-1, i_3}}{2h_2}, \\ Z_{i_1, i_2, i_3} &= \gamma_{3e} + \frac{(p_3)_{i_1, i_2, i_3+1} - (p_3)_{i_1, i_2, i_3-1}}{2h_3}, \end{aligned} \quad (16)$$

де $(p_1)_{i_1, i_2, i_3} = \gamma_p(h_{i_1, i_2, i_3} - i_1 h_1)$, $(p_2)_{i_1, i_2, i_3} = \gamma_p(h_{i_1, i_2, i_3} - i_2 h_2)$, $(p_3)_{i_1, i_2, i_3} = \gamma_p(h_{i_1, i_2, i_3} - i_3 h_3)$, $i_1 = 1, m_1 - 1, i_2 = 1, m_2 - 1, i_3 = 1, m_3 - 1$.

Для дискретизації рівнянь (3) та (4) застосуємо локально-одновимірну схему О.А. Самарського [9] з використанням монотонної різничевої схеми [10]. Тоді скінченнорізницеві аналоги (3) запишуться у вигляді наступної системи різницевих рівнянь:

$$n_p \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j)}}{\tau} = \frac{(\eta_1)^{(j)}}{h_1} \left((d_1)^{(j)} \frac{c_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} - (d_1)^{(j)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - c_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} \right) + \frac{(w_1^+)^{(j)}}{(D_1)^{(j)}} \cdot (d_1)^{(j)} \frac{c_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} + \frac{(w_1^-)^{(j)}}{(D_1)^{(j)}} \cdot (d_1)^{(j)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - c_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} - \frac{\gamma}{3} (c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - C_m) + \frac{1}{h_1} \left((d_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} - (d_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} \right),$$

$$n_p \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{\tau} = \frac{(\eta_2)^{(j+1/3)}}{h_2} \left((d_2)^{(j+1/3)} \frac{c_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j+2/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} - (d_2)^{(j+1/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - c_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} \right) + \frac{(w_2^+)^{(j+1/3)}}{(D_2)^{(j+1/3)}} \cdot (d_2)^{(j+1/3)} \frac{c_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j+2/3)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} + \frac{(w_2^-)^{(j+1/3)}}{(D_2)^{(j+1/3)}} \cdot (d_2)^{(j+1/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - c_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} - \frac{\gamma}{3} (c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - C_m) + \frac{1}{h_2} \left((d_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} - (d_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} \right),$$

$$n_p \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{\tau} = \frac{(\eta_3)^{(j+2/3)}}{h_3} \left((d_3)^{(j+2/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j+1)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)}}{h_3} - (d_3)^{(j+2/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - c_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j+1)}}{h_3} \right) + \frac{(w_3^+)^{(j+2/3)}}{(D_3)^{(j+2/3)}} \cdot (d_3)^{(j+2/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j+1)} - c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)}}{h_3} + \frac{(w_3^-)^{(j+2/3)}}{(D_3)^{(j+2/3)}} \cdot (d_3)^{(j+2/3)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - c_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j+1)}}{h_3} - \frac{\gamma}{3} (c_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - C_m) + \frac{1}{h_3} \left((d_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)}}{h_3} - (d_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j+1)}}{h_3} \right), \quad (17)$$

де $(d_1)^{(j)}, (d_2)^{(j)}, (d_3)^{(j)}, (d_{T_1})^{(j)}, (d_{T_2})^{(j)}, (d_{T_3})^{(j)}$ – деякі відомі функції, $(\eta_i)^{(j)} = 1 - \frac{h_{i_4} |(w_{i_4})^{(j)}|}{3(D_{i_4})^{(j)}} + O(h_{i_4}^2)$, $(w_{i_4}^+)^{(j)} = \frac{-(w_{i_4})^{(j)} + |(w_{i_4})^{(j)}|}{3} \geq 0$, $(w_{i_4}^-)^{(j)} = \frac{-(w_{i_4})^{(j)} - |(w_{i_4})^{(j)}|}{3} \leq 0$, $i_1 = \overline{1, m_1 - 1}, i_2 = \overline{1, m_2 - 1}, i_3 = \overline{1, m_3 - 1}, j = \overline{0, n_1 - 1}, i_4 = 1, 2, 3$.

Скінченнорізницеві аналоги (4) мають вигляд

$$c_T \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j)}}{\tau} = \frac{(\bar{\eta}_1)^{(j)}}{h_1} \left((\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} - (\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} \right) + \rho c \left(\frac{(w_1^+)^{(j)}}{(\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} + \frac{(w_1^-)^{(j)}}{(\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)} - T_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{h_1} \right),$$

$$c_T \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1/3)}}{\tau} = \frac{(\bar{\eta}_2)^{(j+1/3)}}{h_2} \left((\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} - (\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} \right) + \rho c \left(\frac{(w_2^+)^{(j+1/3)}}{(\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} + \frac{(w_2^-)^{(j+1/3)}}{(\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_2})^{(j+1/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)} - T_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j+2/3)}}{h_2} \right),$$

$$c_T \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+2/3)}}{\tau} = \frac{(\bar{\eta}_3)^{(j+2/3)}}{h_3} \left((\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)}}{h_3} - (\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j+1)}}{h_3} \right) + \rho c \left(\frac{(w_3^+)^{(j+2/3)}}{(\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)}}{h_3} + \frac{(w_3^-)^{(j+2/3)}}{(\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)}} \cdot (\bar{\lambda}_{T_3})^{(j+2/3)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3}^{(j+1)} - T_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j+1)}}{h_3} \right), \quad (18)$$

де $(\bar{\lambda}_{T_1})^{(j)}, (\bar{\lambda}_{T_2})^{(j)}, (\bar{\lambda}_{T_3})^{(j)}$ – деякі відомі функції $(\bar{\eta}_i)^{(j)} = 1 - \frac{h_{i_4} \rho c |(w_{i_4})^{(j)}|}{3(\bar{\lambda}_{T_i})^{(j)}} + O(h_{i_4}^2)$, $i_1 = \overline{1, m_1 - 1}, i_2 = \overline{1, m_2 - 1}, i_3 = \overline{1, m_3 - 1}, j = \overline{0, n_1 - 1}, i_4 = 1, 2, 3$.

Скінченнорізницеві аналоги компонент швидкості фільтрації (5)

$$(u_1)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} = -(K_1)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{h_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j)} - h_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j)}}{2h_1} + (v_{c_1})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{c_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j)} - c_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j)}}{2h_1} + (v_{T_1})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{T_{i_1+1 i_2 i_3}^{(j)} - T_{i_1-1 i_2 i_3}^{(j)}}{2h_1},$$

$$(u_2)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} = -(K_2)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{h_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j)} - h_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j)}}{2h_2} + (v_{c_2})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{c_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j)} - c_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j)}}{2h_2} + (v_{T_2})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{T_{i_1 i_2+1 i_3}^{(j)} - T_{i_1 i_2-1 i_3}^{(j)}}{2h_2},$$

$$(u_3)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} = -(K_3)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{h_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j)} - h_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j)}}{2h_3} + (v_{c_3})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{c_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j)} - c_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j)}}{2h_3} + (v_{T_3})_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} \frac{T_{i_1 i_2 i_3+1}^{(j)} - T_{i_1 i_2 i_3-1}^{(j)}}{2h_3},$$

де $(K_i)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} = (K_i)_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} (c_{i_1 i_2 i_3}^{(j)}, T_{i_1 i_2 i_3}^{(j)})$, $i_1 = \overline{1, m_1 - 1}, i_2 = \overline{1, m_2 - 1}, i_3 = \overline{1, m_3 - 1}$, $j = \overline{0, n_1}, i_4 = 1, 2, 3$.

Нормальні та дотичні деформації (8) апроксимуються таким чином:

$$(\varepsilon_x)_{i_1 i_2 i_3} = \frac{U_{i_1+1 i_2 i_3} - U_{i_1-1 i_2 i_3}}{2h_1}, \quad (\varepsilon_y)_{i_1 i_2 i_3} = \frac{U_{i_1 i_2+1 i_3} - U_{i_1 i_2-1 i_3}}{2h_2},$$

$$(\varepsilon_z)_{i_1 i_2 i_3} = \frac{U_{i_1 i_2 i_3+1} - U_{i_1 i_2 i_3-1}}{2h_3},$$

$$(\varepsilon_{xy})_{i_1 i_2 i_3} = \frac{1}{4} \left(\frac{U_{i_1 i_2+1 i_3} - U_{i_1 i_2-1 i_3}}{h_2} + \frac{V_{i_1+1 i_2 i_3} - V_{i_1-1 i_2 i_3}}{h_1} \right),$$

$$(\varepsilon_{xz})_{i_1 i_2 i_3} = \frac{1}{4} \left(\frac{U_{i_1 i_2 i_3+1} - U_{i_1 i_2 i_3-1}}{h_3} + \frac{W_{i_1+1 i_2 i_3} - W_{i_1-1 i_2 i_3}}{h_1} \right),$$

$$(\varepsilon_{yz})_{i_1 i_2 i_3} = \frac{1}{4} \left(\frac{V_{i_1 i_2 i_3+1} - V_{i_1 i_2 i_3-1}}{h_3} + \frac{W_{i_1 i_2+1 i_3} - W_{i_1 i_2-1 i_3}}{h_2} \right),$$

$i_1 = \overline{1, m_1 - 1}, i_2 = \overline{1, m_2 - 1}, i_3 = \overline{1, m_3 - 1}$.

Скінченнорізницеві аналоги нормальних та дотичних напружень (9) мають наступний вигляд:

$$(\sigma_x)_{i_1 i_2 i_3} = \lambda_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_\theta)_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_x)_{i_1 i_2 i_3} - (3\lambda_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3}) \alpha_T \bar{T}_{i_1 i_2 i_3}^{(j)},$$

$$(\sigma_y)_{i_1 i_2 i_3} = \lambda_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_\theta)_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_y)_{i_1 i_2 i_3} - (3\lambda_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3}) \alpha_T \bar{T}_{i_1 i_2 i_3}^{(j)},$$

$$(\sigma_z)_{i_1 i_2 i_3} = \lambda_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_\theta)_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_z)_{i_1 i_2 i_3} - (3\lambda_{i_1 i_2 i_3} + 2\mu_{i_1 i_2 i_3}) \alpha_T \bar{T}_{i_1 i_2 i_3}^{(j)},$$

$$(\tau_{xy})_{i_1 i_2 i_3} = 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_{xy})_{i_1 i_2 i_3}, \quad (\tau_{xz})_{i_1 i_2 i_3} = 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_{xz})_{i_1 i_2 i_3},$$

$$(\tau_{yz})_{i_1 i_2 i_3} = 2\mu_{i_1 i_2 i_3} (\varepsilon_{yz})_{i_1 i_2 i_3},$$

де $(\varepsilon_\theta)_{i_1 i_2 i_3} = (\varepsilon_x)_{i_1 i_2 i_3} + (\varepsilon_y)_{i_1 i_2 i_3} + (\varepsilon_z)_{i_1 i_2 i_3}$, $T_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} = T_{i_1 i_2 i_3}^{(j)} - T_{i_1 i_2 i_3}^{(0)}$, $i_1 = \overline{1, m_1 - 1}, i_2 = \overline{1, m_2 - 1}, i_3 = \overline{1, m_3 - 1}, j = \overline{0, n_1}$.

Аналогічно здійснено апроксимацію крайових умов (10)–(14).

Для знаходження значень зміщень $U(\mathbf{X}), V(\mathbf{X})$ та $W(\mathbf{X})$ з різницевих рівнянь (16) використано ітераційний метод Гауса-Зейделя. Для знаходження концентрації сольового розчину $c(\mathbf{X}, t)$ та температури $T(\mathbf{X}, t)$ використано метод прогонки [10].

Результати комп'ютерного моделювання та їх аналіз. Для чисельного розв'язування та комп'ютерного моделювання поставленої задачі створено програмний комплекс можливостями фреймворку Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на мові програмування C#. Даний комплекс дає можливість наочного відображення отриманих результатів у вигляді графіків та табличних даних розподілу полів зміщень,

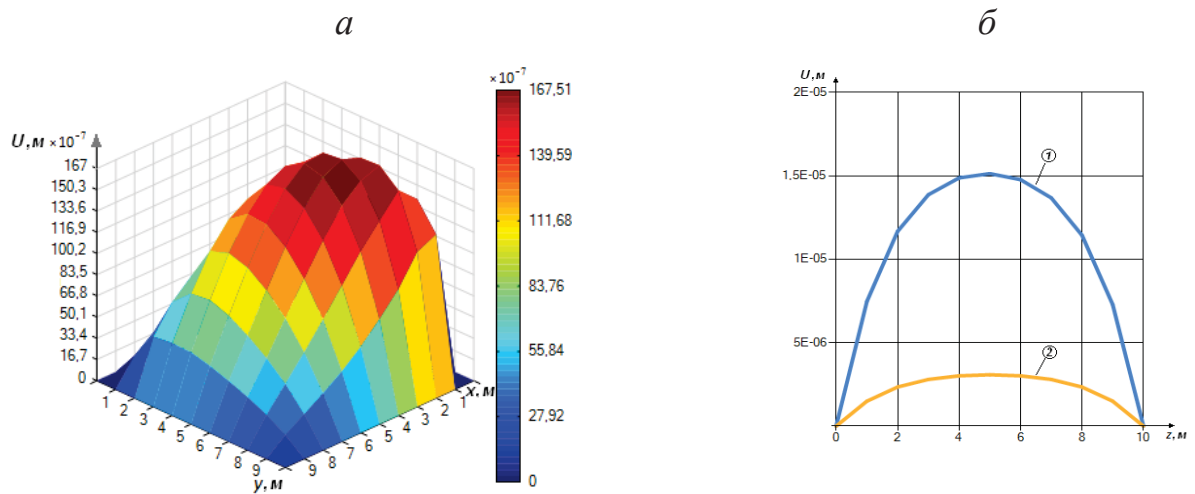


Рис. 2. Розподіли зміщень $U(X)$

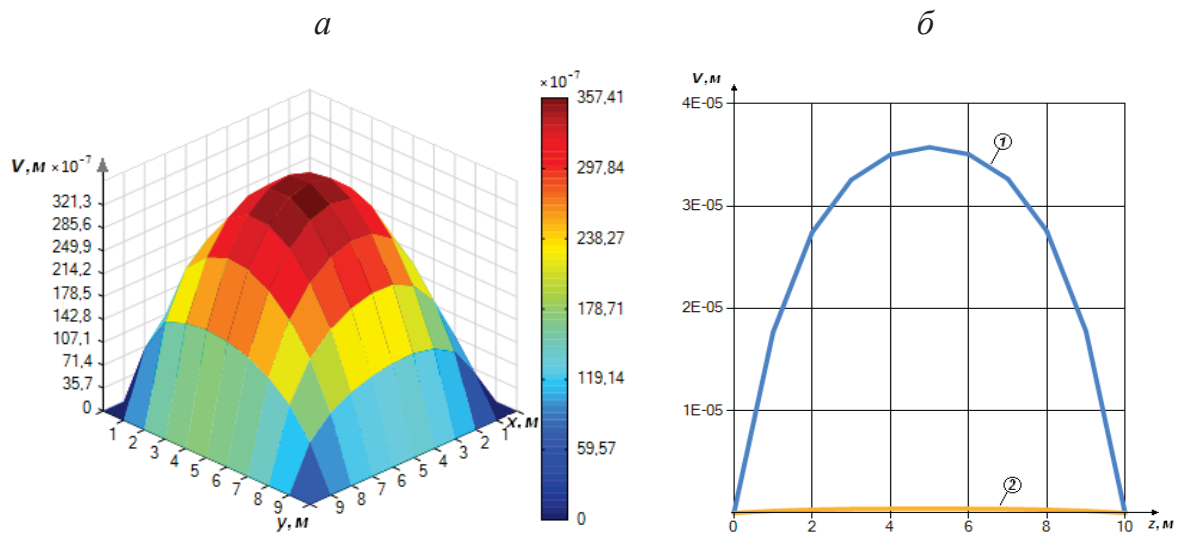


Рис. 3. Розподіли зміщень $V(X)$

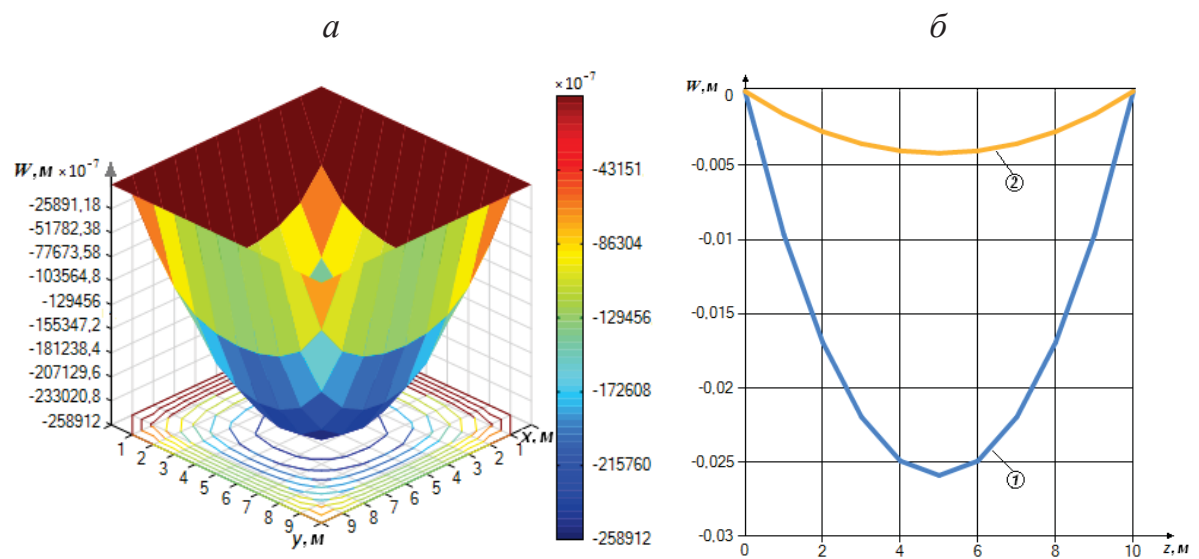


Рис. 4. Розподіли зміщень $W(X)$

нормальних і дотичних напружень та деформацій, а також напору, концентрації солей та температури в досліджуваній області.

Як приклад, розглянуто просторовий напружено-деформований стан у ґрунтовому масиві в області $\Omega = \{X = (x, y, z): 0 \leq x \leq l_1, 0 \leq y \leq l_2, 0 \leq z \leq l_3\}$, що має форму прямокутного паралелепіпеда довжиною $l_1 = 10$ м, товщиною $l_2 = 10$ м та висотою $l_3 = 10$ м з наступними вхідними даними:

$$n_p = 0,3, \alpha_r = 1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}, D = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, D_r = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, \gamma_p = 1 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}},$$

$$\gamma_{жк} = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \gamma_{жр} = 1,7 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \lambda = 1,35 \cdot 10^7 \text{ Па}, \mu = 0,9 \cdot 10^7 \text{ Па},$$

$$E = 2,34 \cdot 10^7 \text{ Па}, \rho = 1100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \gamma = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}, c_p = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}},$$

$$c_T = 2,137 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}}, \lambda_T = 108 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}}, \tilde{H}_0(X, t) = 1 \text{ м},$$

$$\tilde{H}_1(X, t) = 10 \text{ м}, \tilde{H}_2(X, t) = 1 \text{ м}, \tilde{T}_0(X, t) = 5^\circ \text{C}, \tilde{T}_1(X, t) = 30^\circ \text{C},$$

$$\tilde{T}_2(X, t) = 15^\circ \text{C}, \tilde{C}_1(X, t) = C_m = 350 \frac{\text{г}}{\text{літр}}, \tilde{C}_2(X, t) = \tilde{C}_0(X, t) = 8 \frac{\text{г}}{\text{літр}}.$$

Коефіцієнт фільтрації чистої води приймався $K = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{доба}}$.

Залежності коефіцієнтів Ламе, коефіцієнта фільтрації від концентрації сольових розчинів взято з [11; 12].

Проведено серію чисельних експериментів, результати яких наведено у вигляді графіків при $t = 1080$ діб.

На рис. 2–4 наведено графіки функцій а) у перерізі площиною xOy при $z = 5$ м з урахуванням тепломасоперенесення; б) у перерізі площинами при $x = 5$ м та yOz при $y = 5$ м:

- 1) з урахуванням тепломасоперенесення;
- 2) без урахування тепломасоперенесення (при фільтрації чистої води).

Аналіз графіків, зображених на рис. 2 б – 4 б свідчить про значний вплив тепломасоперенесення на деформаційні процеси ґрунтових масивів. Зокрема, максимальні значення зміщень $U(X)$,

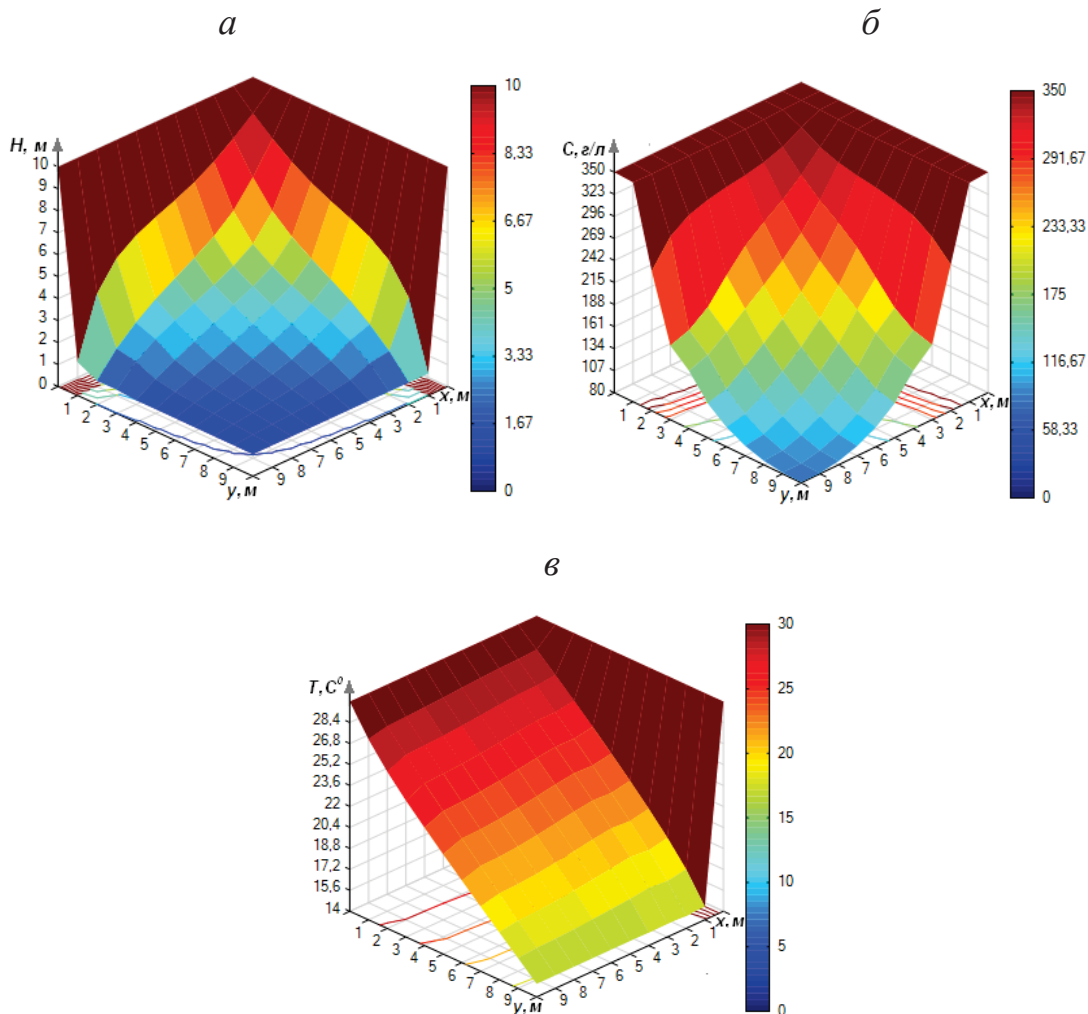


Рис. 5. Розподіли полів п'єзометричного напору $h(X, t)$ (а), концентрації сольових розчинів $c(X, t)$ (б) та температури $T(X, t)$ (в)

$V(X)$ та $W(X)$ за умови врахуванні тепломасоперенесення збільшуються від 2,5 до 4,5 разів у порівнянні з відповідними величинами при фільтрації чистої води.

Висновки. У статті сформульовано постановку задачі та проведено математичне і комп'ютерне моделювання впливу тепломасоперенесення на просторовий напружено-деформований стан ґрунтового масиву. Чисельний розв'язок поставленої крайової задачі знайдено методом скінченних різниць із використанням монотонної різницевої схеми для нелінійних рівнянь параболічного типу, що містять першу похідну, локально-одновимірний метод Самарського, метод скінченних різниць для чисельного розв'язування системи рівнянь рівноваги в формі Ламе для зміщень ґрунту. Для проведення комп'ютерного моделю-

вання створено програмний комплекс можливостями фреймворку Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на мові програмування C# та розглянуто ґрунтовий масив, що має форму прямокутного паралелепіпеда. Як показали результати комп'ютерного моделювання та проведених чисельних експериментів, при врахуванні тепломасоперенесення значення зміщень, нормальних і дотичних деформацій та напружень ґрунтового масиву значно змінюються в порівнянні з відповідними значеннями при фільтрації чистої води та відсутністю процесів тепломасоперенесення. Отримані результати можуть бути використані проектними та будівельними організаціями, в інженерній практиці, в науково-дослідних інститутах, конструкторських бюро та ін. при прогнозуванні несучої здатності ґрунтових масивів.

Список літератури:

1. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. К.: Наукова думка, 1991. 432 с.
2. Encyclopedia of Thermal Stresses / Editor R. B. Hetnarski. Springer Dordrecht Heidelberg New York London, 2014.
3. Duncan J. M., Wright S. G., Brandon T. L. Soil strength and slope stability. 2nd Edition. Wiley, 2014. 333 p.
4. Кузло М.Т. Моделювання деформацій ґрунтових масивів при зміні гідрогеологічних умов та дії техногенних факторів: автореф. дис. д-ра техн. наук: 05.23.02; Київ. нац. ун-т буд-ва і архітектури. Київ, 2014. 34 с.
5. Vlasyuk A. P., Zhukovskaya N. A. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2015. Vol. 88(2). P. 329–341.
6. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A., Zhukovsky V. V., Klos-Witkowska A., Pazdriy I., Iatsykovska U. Mathematical Modelling of three-dimensional problem of soil mass stressed-strained state considering mass and heat transfer. Proceedings of the 2017 IEEE 9th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, September 2017. Vol. 1. P. 265–269.
7. Власюк А.П., Мартинюк П.М. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій: [монографія]. Рівне: Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористування, 2010. 277 с.
8. Коваленко А.Д. Термоупругость. К.: Вища школа, 1975. 216 с.
9. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. М.: Наука, 2003. 316 с.
10. Власюк А.П., Остапчук О.П., Степанченко О.М. Монотонна різницева схема для нелінійного одновимірного рівняння параболічного типу, що містить першу похідну. Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат. наук. К., 2005. Вип. 2. С. 188.
11. Власюк А.П., Кузло М.Т. Експериментальні дослідження деяких параметрів фільтрації сольових розчинів в піщаних ґрунтах. Меліорація і водне господарство. Міжвідомчий темат. наук. зб. К., 2000. Вип. 87. С. 43–46.
12. Кузло М.Т., Філатова І.А. Дослідження впливу концентрації сольових розчинів на деформаційні характеристики ґрунтів. Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб. наук. праць. Вип. 31. Рівне: НУВГП, 2007. С. 175–182.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА НА ПРОСТРАНСТВЕННОЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГРУНТОВОГО МАССИВА**

В статье построена математическая модель влияния теплопереноса на напряженно-деформированное состояние грунтового массива в трехмерном случае. Для численного решения поставленной краевой задачи использованы такие численные методы: конечных разностей, монотонные разностные схемы для нелинейных уравнений параболического типа, содержащих первую производную, локально-одномерный метод Самарского, метод конечных разностей для численного решения системы уравнений равновесия в форме Ламе для смещений грунта. Создан программный комплекс возможностями фреймворка Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на языке программирования C#. На основе компьютерного моделирования поставленной задачи показано влияние теплопереноса на распределение смещений, напряжений и деформаций грунтового массива.

Ключевые слова: *напряженно-деформированное состояние, смещения, напряжения, деформации, теплоперенос, несущая способность, численные методы, программный комплекс.*

**MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING OF HEAT AND MASS TRANSFER EFFECT
ON THE THREE-DIMENSIONAL STRESSED-STRAINED STATE OF SOIL MASSIF**

The article describes a mathematical model of the influence of heat and mass transfer on the stressed-strained state of a soil massif in the three-dimensional case is constructed. Next numerical methods are used for numerical solution of the boundary value problem: finite differences, monotonic difference schemes for nonlinear parabolic equations containing the first derivative, Samarskyi's one-dimensional method, finite difference method for the numerical solution of the system of equilibrium equations in the form of Lamé for ground displacements. A software package has been created in Microsoft Visual Studio 2017 framework for Windows Desktop in the C # programming language. On the basis of computer modeling of the task have been shown the effect of heat and mass transfer on the distribution of displacements, stresses and strains of the soil massif.

Key words: *stressed-strained state, displacements, stresses, strains, mass and heat transfer, bearing capacity, numerical methods, software complex.*